



GSM RYŠIO SISTEMŲ TAIKYMO ERDVINĖMS KOORDINATĖMS NUSTATYTI ANALIZĖ

Jonas Skeivalas¹, Dalius Radis², Vidmantas Liutkauskas³

¹ Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva

El. paštas Jonas.Skeivalas@ap.vgtu.lt

² Miestų statybos katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva

El. paštas Dalius.Radis@gmail.com

³ Kompiuterinių tinklų katedra, Kauno technologijos universitetas,
Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas, Lietuva

El. paštas Vidmantas.Liutkauskas@ktu.lt

Įteikta 2008 11 12, priimta 2008 12 23

Santrauka. Straipsnyje analizuojamas taškų koordinacių nustatymo laisvoje erdvėje, urbanizuotose teritorijose bei pastatų viduje metodas, grindžiamas GSM ryšio sistemų duomenimis. Šiuo metodu taškų koordinatės nustatomos remiantis trilateracijos tinklu, sudarytu iš GSM tinklo referencinių stočių ir GSM mobiliųjų imtuvų. Pradiniais taškais laikomos GPS metodu koordinuotos GSM tinklo stotys. Atstumai tarp GSM stočių ir mobiliojo GSM imtuvo apskaičiuojami pagal GSM stočių spinduliuojamų ir mobiliųjų imtuvų priimtų signalų galių lygmenis, išreikštus decibelais (dB). Taškų erdvinėms koordinatėms skaičiuoti taikomas trilateracijos metodas, sprendžiant mažiausių kvadratų metodu linearizuotą parametrinių lygčių sistemą. Nustatomų taškų koordinatės tikslinamos taikant iteracinį filtrą. Nagrinėjamas nustatytų taškų koordinacių tikslumas.

Reikšminiai žodžiai: GSM, GPS, trilateracija, kovariacija, mažiausių kvadratų metodas, decibelai.

1. Įvadas

GPS sistemos taškų koordinatėms nustatyti bei navigacijai paprastai yra sunkiai pritaikomos urbanizuotose teritorijose ir pastatuose. Taip yra dėl labai silpnų GPS signalų, kurie urbanizuotose teritorijose bei pastatų viduje dar labiau susilpnėja, kai signalų stiprio slopinimo faktorius siekia 100 ir daugiau (Eissfeller *et al.* 2005). Šiai problemai spręsti skirta nemažai straipsnių (Eissfeller *et al.* 2005; Küpper 2007; Lee 1995; Lee *et al.* 1996; Retscher, Killer 2006; Thienelt *et al.* 2006), kuriamos įvairios multisensorių sistemos, kaip pvz., *FWF-Projekt NAVIO*. Atliekant tyrimus objektų padėties nustatymo tikslumas siekia nuo keleto iki keleto dešimčių metrų.

Straipsnyje analizuojamas taškų koordinacių nustatymo ir navigacijos taikant GSM hibridines sistemas metodas. Taškų koordinatėms laisvoje erdvėje, urbanizuotoje teritorijoje bei pastatuose nustatyti sudaromas trilateracijos tinklas, į kurį įtraukiama GSM stotys ir mobilieji GSM imtuvai (Dargis 2007; Skeivalas, Dargis 2006). GSM stotys yra trilateracijos tinklo pradiniai taškai, jų koordinatės randamos GPS metodu. Trilateracijos tinklo stygos, t. y. atstumai tarp GSM stočių ir mobiliųjų GSM imtuvų, gauti pagal atitinkamų GSM signalų galių santykį.

Taškų erdvinėms koordinatėms skaičiuoti taikomas linijinės sankirtos metodas – sprendžiama mažiausių kvadratų metodu linearizuotų parametrinių lygčių sistema. Sistemos sprendinys tikslinamas iteracijomis ir taikant Kalmano filtrą. Rezultatų tikslumas įvertinamas pagal apskaičiuotų taškų koordinacių kovariacijų matricos įverčius.

2. Teorinis principas

Taško erdvinėms koordinatėms apskaičiuoti, taikant trilateracijos metodą, būtina nustatyti linijų ilgus tarp bazinių GSM stočių ir mobiliojo GSM imtuvo. GSM stočių erdvinės koordinatės yra žinomos ir nustatytos GPS metodu. Atstumas tarp GSM stoties ir mobiliojo GSM imtuvo randamas pagal GSM stoties spinduliuojamo ir mobiliojo imtuvo priimtojo signalų galių lygmenis, išreikštus decibelais. Skaičiavimams naudojami spinduliuojamų arba priimtųjų galių santykiai su atitinkamais galių vienetais, pvz., 1 mW. Tuomet galių santykių išraiška decibelais užrašoma dešimtainių logaritmų pavidalu:

$$F = 10 \lg \frac{P_1}{P_0}, \text{ dB}, \quad (1)$$

čia p_1 – spinduliuojamos arba priimtoms galios reikšmė, p_0 – atitinkamos galios vienetas, pvz., $p_0 = 1$ mW. Kai $p_0 = 1$ mW, dydžio F mato vienetas yra dBm.

Atstumas S tarp GSM stoties ir mobiliojo imtuvo apskaičiuojamas pagal empirinį Okumura–Hata algoritmą (Barbiroli, Giannetti 1998; Küpper 2007):

$$S = 10^c \text{ km}, \tag{2}$$

$$c = \frac{L_S - k + 13,82 \lg h_b + a}{44,9 - 6,55 \lg h_b}, \tag{3}$$

čia L_S – spinduliuotos galios sumažėjimas dB spindulių sklaidimo trajektorijoje, k – koeficientas, kurio reikšmė priklauso nuo aplinkos, h_b – bazinės GSM stoties aukštis virš Žemės paviršiaus, m , a – koeficientas, kurio reikšmė priklauso nuo mobiliojo imtuvo aukščio.

Atitinkamų koeficientų reikšmės:

- $k = 146,8$ – miesto teritorijos,
- $k = 136,9$ – pusiau atviros teritorijos,
- $k = 127,5$ – kaimo teritorijos,
- $k = 118,3$ – atviros erdvės,
- $a = 0$ – kai mobiliojo imtuvo aukštis $h_m = 1,5$ m.

Kitos koeficiento a reikšmės skaičiuojamos pagal formulę:

$$a = 3,2 \left\{ \lg(11,75 \cdot h_m) \right\}^2 - 4,97. \tag{4}$$

Dydžio L_S reikšmė nustatoma pagal formulę:

$$L_S = E + R_x, \tag{5}$$

čia E – spinduliuojamos galios santykis, dB, R_x – mobiliojo imtuvo priimtoms galios santykis, dB.

Nagrinėsime tarp GSM stoties ir mobiliojo imtuvo nustatomo atstumo S tikslumo priklausomybę nuo spinduliuotės galios sumažėjimo L_S , dB, sklaidimo trajektorijoje matavimo tikslumo. Pagal formules (2) ir (3), panaudojus vidutines parametrų reikšmes $k = 146,8$; $h_b = 30$ m ir $a = 0$, galima parašyti

$$\lg S = c = \frac{1}{35} L_S - 3,6. \tag{6}$$

Toliau gauname atstumo S standartinio nuokrypio σ_S išraišką priklausomai nuo standartinio nuokrypio σ_{L_S} :

$$\frac{0,43}{S} \sigma_S = \frac{1}{35} \sigma_{L_S}$$

ir

$$\sigma_{L_S} = \frac{14}{S} \sigma_S. \tag{7}$$

Norėdami gauti matuojamą atstumą su santyki- ne klaida $\sigma_S/S \approx 1/200$ (pvz., 2000 m atstumą nustatyti 10 m tikslumu) turime spinduliuotės galios sumažėjimą L_S išmatuoti su standartiniu nuokrypiu $\sigma_{L_S} \approx 0,1$ dB. Tačiau tarp bazinių stočių esant 2–5 km atstumams ir nustatant dydžio L_S reikšmę su standartiniu nuokrypiu $\sigma_{L_S} \approx 0,1$ dB, maždaug su 10 m klaidomis įmanoma nustatyti GSM mobiliojo imtuvo koordinatas. Dabartinių technologijų ir metodų lygmeniu dydį L_S įmanoma iš-

matuoti maždaug $\sigma_{L_S} > 1$ dB tikslumu. Tai atitinka a priori- nę koordinatų 100 m tikslumą.

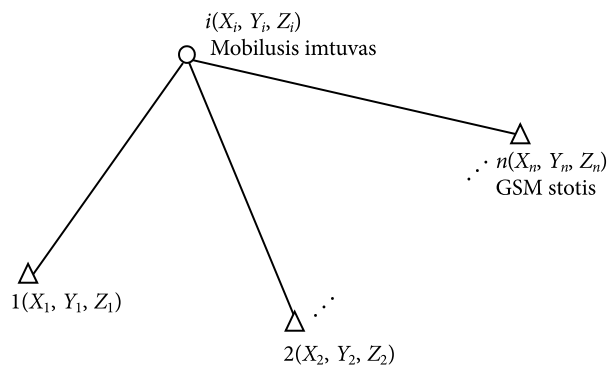
3. Koordinatų nustatymo metodas

GSM mobiliojo imtuvo erdvinėms koordinatėms nustatyti pagal daugkartinę linijinę sankirtą taikoma parametrinių lygčių sistema (žr. pav.) (Skeivalas, Dargis 2006; Skeivalas 2008):

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}_{1i} &= \left(\Delta \tilde{X}_{1i}^2 + \Delta \tilde{Y}_{1i}^2 + \Delta \tilde{Z}_{1i}^2 \right)^{1/2} \\ \dots & \dots \\ \tilde{S}_{ni} &= \left(\Delta \tilde{X}_{ni}^2 + \Delta \tilde{Y}_{ni}^2 + \Delta \tilde{Z}_{ni}^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \right\}, \tag{8}$$

čia \tilde{S}_{ni} – išlygintoji ni -tosios linijos ilgio reikšmė; $\Delta \tilde{X}_{ni} = \tilde{X}_i - X_n$, $\Delta \tilde{Y}_{ni} = \tilde{Y}_i - Y_n$, $\Delta \tilde{Z}_{ni} = \tilde{Z}_i - Z_n$ – atitinkami išlygintieji koordinatų prieaugiai; $\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i$ – GSM mobiliojo imtuvo išlygintosios koordinatės, X_n, Y_n, Z_n – GSM bazinės stoties koordinatės.

Parametrinių lygčių sistema linearizuojama i -tojo mobiliojo imtuvo apytikrių koordinatų srityje, pavyzdžiui, apytikrėmis koordinatėmis galima laikyti GSM stočių atitinkamų koordinatų vidurkius.



Daugkartinės linijinės sankirtos schema
Schema of multivariant linear intersection

Linearizuotų pataisų lygčių sistema:

$$\left. \begin{aligned} v_{1i} &= a_{11} \tau x_i + a_{12} \tau y_i + a_{13} \tau z_i + l_{1i} \\ \dots & \dots \\ v_{ni} &= a_{n1} \tau x_i + a_{n2} \tau y_i + a_{n3} \tau z_i + l_{ni} \end{aligned} \right\}, \tag{9}$$

čia v_{ni} – ni -tosios išmatuotos linijos ilgio pataisa; $a_{n1} = (\Delta x_{ni} / S_{ni})_0$, $a_{n2} = (\Delta y_{ni} / S_{ni})_0$, $a_{n3} = (\Delta z_{ni} / S_{ni})_0$ – ni -tosios pataisų lygties koeficientai, apskaičiuoti žinant apytikres koordinatas; $\tau x_i, \tau y_i, \tau z_i$ – i -tojo GSM mobiliojo imtuvo apytikrių koordinatų (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) pataisais; $l_{ni} = (S_{ni,0} - S_{ni})$ – ni -tosios pataisų lygties laisvasis narys; $S_{ni,0}$ – apytikris ni -tosios linijos ilgis, apskaičiuotas pagal apytikres i -tojo imtuvo koordinatas; S_{ni} – išmatuotas ni -tosios linijos ilgis.

Taikant erdvinės trilateracijos metodą, išmatuotų linijų skaičius turi atitikti nelygybę $n \geq 3$. Kuo didesnis išmatuotų linijų skaičius, tuo tiksliau, taikant mažiausiųjų kvadratų metodą, galima nustatyti i -tojo imtuvo koordinatas.

Parametrinių pataisų lygčių sistema (9) matricų pavidalu užrašoma

$$V = A\tau + L, \quad (10)$$

čia V – išmatuotų linijų ilgių pataisų vektorius, A – pataisų lygčių koeficientų matrica $n \times 3$, τ – i -tojo imtuvo apytikrių koordinatinių pataisų vektorius, $L = S_0 - S$ – laisvųjų narių vektorius, S_0 – apytikrių linijų ilgių vektorius, S – išmatuotų linijų ilgių vektorius.

Vektoriaus τ reikšmė gaunama kaip normalinių lygčių sistemos sprendinys:

$$\tau = -N^{-1}\omega = -N^{-1}A^T P L, \quad (11)$$

čia $N = A^T P A$ – normalinių lygčių koeficientų matrica, P – išmatuotų linijų ilgių svorių matrica, $\omega = A^T P L$ – normalinių lygčių laisvųjų narių vektorius.

Kadangi i -tojo imtuvo pradinės apytikrės koordinatės nustatomos su didelėmis klaidomis, tai normalinių lygčių sistema sprendžiama iteravimo metodu. Pataisų vektoriaus τ reikšmė tikslinama tol, kol dviejų gretimų iteracijų rezultatų skirtumas tampa mažesnis už iš anksto pasirinktą teigiamąjį skaičių ε , apibūdinantį matavimų ir skaičiavimų tikslumą.

Išlygintųjų i -tojo imtuvo koordinatinių vektoriaus reikšmė yra lygi

$$\tilde{T} = T_0 + \tau,$$

$$\tilde{T} = (\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i)^T, \quad T_0 = (X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})^T.$$

Išlygintųjų i -tojo imtuvo koordinatinių vektoriaus \tilde{T} kovariacijų matrica $K_{\tilde{T}}$ skaičiuojama taip

$$K_{\tilde{T}} = K_{T_0} + K_{\tau} = K_{\tau},$$

nes $K_{T_0} = 0$, kai išlyginimo procedūrose fiksuotas nekinantis i -tojo taško apytikrių koordinatinių vektorius.

Pataisų vektoriaus τ kovariacijų matrica K_{τ} , taikant lygbę (11), gaunama taip:

$$K_{\tau} = K_{\tilde{T}} = (N^{-1}A^T P) K_L (N^{-1}A^T P)^T = \sigma_0^2 N^{-1}, \quad (12)$$

čia $K_L = K_{S_0} + K_S = K_S = \sigma_0^2 P^{-1}$, nes $K_{S_0} = 0$.

Išlygintųjų linijų ilgių vektoriaus \tilde{S} kovariacijų matrica $K_{\tilde{S}}$, taikant lygbę (10), yra lygi

$$K_{\tilde{S}} = A K_{\tau} A^T = \sigma_0^2 A N^{-1} A^T. \quad (13)$$

Praktiniams skaičiavimams buvo sudaryta kompiuterinė programa VSM.m, kurioje taikomi *Matlab* programinio paketo operatoriai.

Skaičiavimams naudotasi Vilniaus m. GSM stočių tinklu – matavimai atlikti mobiliuoju telefonu *Nokia* su *Net Monitor*, integruotu trijuose taškuose, kurių erdvinės koordinatės žinomos LKS 94 koordinatinių bei normalinių aukščių sistemoje. Signalai mobiliuoju telefonu buvo priimami iš šešių bazinių GSM stočių, nustatant L_S reikšmes su maždaug 1 dB klaidomis.

Apdorojant matavimų rezultatus buvo panaudoti du sankirtų variantai – iš trijų ir šešių bazinių stočių. Ap-

skaičiuotų koordinatinių nuokrypiai nuo tikrųjų reikšmių parodyti lentelėje.

GSM imtuvo koordinatinių nuokrypiai
Deviations of the coordinates of GSM recipient

Taško nr.	Nuokrypiai, m					
	trijų sankirtų variantas			šešių sankirtų variantas		
	δx	δy	δH	δx	δy	δH
1	10	215	37	220	110	50
2	57	15	17	72	17	69
3	220	180	40	30	240	88

GSM imtuvo apskaičiuotų koordinatinių reikšmių standartiniai nuokrypiai įverčiai svyruoja nuo keleto metrų iki 90 m.

GSM imtuvo erdvinių koordinatinių nustatymo kompiuterinė programa VSM.m

```
%GSM vartotojo imtuvo erdvinių koordinatinių vektoriaus T nustatymas kolokacijos metodu, taikant virtualiosios referencines stoties modelį (VSM.m), bxyhaer GSM referencinių stočių Merkatoriaus koordinatinių, altitudžių, azimutų eirp, rx ir hb vektorių matrica, eirp-referencinių stočių transliuojamų signalų galingumą dB vektoriai, rx-GSM vartotojo imtuvo dB, mxyh-GSM vartotojo imtuvo koordinatinių vektorius, p-referencinių stočių koordinatinių svorių matrica, psl-apskaičiuotų linijų ilgių (stotis-imtuvas) svorių vektorius, hb-bazinių stočių aukščių vektorius;
```

```
load C:\matlab\geop\bxyhaer.txt;
load C:\matlab\geop\mxyh.txt;
load C:\matlab\geop\p.txt;
load C:\matlab\geop\psl.txt;
n=size(bxyhaer,1);
m=size(bxyhaer,2);
nr=bxyhaer(1:n,1);
x=bxyhaer(1:n,2);
y=bxyhaer(1:n,3);
h=bxyhaer(1:n,4);
a=bxyhaer(1:n,5);
e=bxyhaer(1:n,6);
rx=bxyhaer(1:n,7);
n1=size(mxyh,1);
mx=mxyh(1);
my=mxyh(2);
mh=mxyh(3);
c=ones(n,1);
dx1=500*(cos(a(1)*pi/180));
dy1=500*(sin(a(1)*pi/180));
x0=(x(1)+dx1);
y0=(y(1)+dy1);
%x0=mean(x);
%y0=mean(y);
h0=mean(h);
sd=e+rx;
hb=bxyhaer(1:n,8);
r=44.9*c-6.55.*log10(hb);
sdg=sd-146.8*c+13.8.*log10(hb);
g=sdg./r-30./r;
s1=10.^g;
s=s1(:)*1.0e+003; % atstumų vektorius pagal signalų galių nuostolius dB
u(1)=x0;
u(2)=y0;
u(3)=h0;
for i=1:7;
x0=u(1);
y0=u(2);
h0=u(3);
xe=x0*c;
ye=y0*c;
he=h0*c;
```

```

xyhe=[xe,ye,he];
xyh=[x,y,h];
dxyhe=xyh-xyhe;
s0=sqrt(diag(dxyhe*dxyhe')); % atstumų
vektorius pagal mobiliojo imtuvo apytikres ko-
ordinates
L=s0-s;
ps1=ps1(:);
ps=diag(ps1);
Ax=(xe-x)./s0;
Ay=(ye-y)./s0;
Az=(he-h)./s0;
A=[Ax,Ay,Az]; % parametrinių lygčių koefi-
cientų matrica
N=A'*ps*A;
N=N+0.025*eye(3);
w=A'*ps*L;
N1=inv(N);
t0=-N1*w;
xyh0=[x0,y0,h0]; % imtuvo koordinaciu vek-
torius
v=A*t0+L;
m02=1/(n-2)*v'*ps*v;
Kt0=m02*N1;
st0=sqrt(diag(Kt0));
s=s+v;
u=xyh0(:)+t0;
mxy=[mx,my,mh];
dbt=mxy(:)-u
x0=u(1);
y0=u(2);
h0=u(3);
end;
xyhm=u;
xm=u(1);
ym=u(2);
hm=u(3);
sx=st0(1);
sy=st0(2);
sh=st0(3);
xyhm=xyhm(:);
st0=st0(:);
xyhms=[xyhm st0];
%for i=1:3;
fprintf('C:\matlab\geop\xyhms.
rez', '\n xm=%11.3f ym=%10.3f hm=%7.3f s-
=%5.3fsy=%5.3f sh=%5.3f', [xm,ym,hm,sx,sy,sh])
%end;
dlmwrite('C:\matlab\geop\Kt0.rez',
Kt0, ' ');
dlmwrite('C:\matlab\geop\st0.rez',st0,
');
%xyhms-GSM imtuvo apskaičiuotų koordi-
naciu ir jų standartinių nuokrypių įverčių ma-
syvas, Kt0-GSM imtuvo apskaičiuotų koordinaciu
vektoriaus kovariacijų matrica, st0-GSM imtuvo
koordinaciu standartinių nuokrypių įverčių vek-
torius.

```

4. Išvados

1. Pasiūlytas GSM sistemos metodas vartotojo imtuvo erdvinėms koordinatėms nustatyti, panaudojant GSM imtuvo priimtos spinduliuotės galios sumažėjimą bei taikant erdvinės triliteracijos principą. Linearizuotoji parametrinių pataisų lygčių sistema koordinatėms nustatyti sprendžiama mažiausiųjų kvadratų metodu.
2. Pateikiamas matavimų ir skaičiavimų algoritmas, apri-
rinio bei galutinio tikslumo įvertinimo principas. Pateik-
tasis metodas testuojamas eksperimento rezultatais.

Literatūra

Barbiroli, M.; Giannetti, C. A. 1998. *Methodology for comparison of propagation models*. Bern: COST 259, TD(98)019, Feb. 1998. 122 p.

Dargis, R. 2007. GPS ir GSM hibridinių sistemų taikymo erdvinėms koordinatėms nustatyti analizė [Analysis of GPS and GSM hybrid systems for determination of spatial coordinates], *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 33(3): 69–71.

Eissfeller, B.; Teuber, A.; Zucker, P. 2005. Indoor – GPS: Ist der Satelliteneempfang in Gebäuden möglich? *Z. f. Vermessungswesen*, 4. Verlag K. Witwer, 226–234.

Küpper, A. 2007. *Location-based services: fundamentals and operation*. John Wiley & Sons Inc., USA, 341 p.

Lee, W. C. Y. 1995. *Mobile cellular telecommunications: analog and digital systems*. New York. 250 p.

Lee, W. C. Y.; Lee, D. J. Y. 1996. Microcell prediction enhancement for terrain, in *IEEE Trans. on Antenas and Propagation*, May 1996, 286–290.

Retscher, G.; Killer, Ch. 2006. Test und Integration von Sensoren für die Positions Bestimmung in einem Fussgängernavigationsystem, *Z. f. Vermessungswesen* 6. Verlag K. Witwer, 345–351.

Retscher, G.; Kistenisch, M. 2006. Vergleich von Systemen zur Positionsbestimmung und Navigation in Gebäuden, *Z. f. Vermessungswesen* 1. Verlag K. Witwer, 25–35.

Skeivalas, J.; Dargis, R. 2006. Erdvinių koordinaciu, nustatytu triliteracijos metodu, tikslumas [The accuracy of spatial coordinates determined by trilateration method], *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 22(4): 92–96.

Skeivalas, J. 2008. *GPS tinklu teorija ir praktika* [Theory and Practice of GPS Networks]. Vilnius: Technika. 288 p.

Thienelt, M.; Eichhorn, A.; Reiterer, A. 2006. Kartenunabhängige Fussgängerortung – Prototyp eines wissenschaftlichen Kalman – Filters (WiKaF), *Z. f. Vermessungswesen* 4. Verlag K. Witwer, 183–190.

Jonas SKEIVALAS. Prof, Doctor Habil. Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Ph +370 5 2744 703, Fax +370 5 2744 705, e-mail: jonas.skeivalas@ap.vgtu.lt.

Author of 3 monographs and more than 150 scientific papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks, global positioning system (GPS).

Dalius RADIS. Doctor. Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Urban Engineering, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Ph +370 699 12355, e-mail: dalius.radis@gmail.com

Participated and did the presentations at major international conferences in the field of Geographical Information Systems (GIS), Location Based Services (LBS), GSM/3G Radio network planning.

Research interests: measurements engineering, modeling of environmental systems, telemetry, wireless communications, geographical information systems (GIS), wireless positioning technologies, global positioning system (GPS).

Vidmantas LIUTKAUSKAS. PhD Student. Department of Computernetworking, Kaunas University of Technology, Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas, Lithuania. Ph +370 650 16830, e-mail: vidmantas.liutkauskas@ktu.lt

Research interests: Location Based Services (LBS).