



DANGAUS KŪNŲ ĮTAKOS IŠMATUOTAM AUKŠČIŲ SKIRTUMUI TYRIMAS

Darius Popovas

*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
El. paštas gkk@vgtu.lt*

Įteikta 2011 07 09; priimta 2011 09 13

Santrauka. Straipsnyje analizuojama vertikalės nuokrypio dėl dangaus kūnų įtaka išmatuotam aukščių skirtumui. Šią įtaką būtina įvertinti apdorojant precizinės niveliacijos matavimų duomenis. Įvertinta potvynio pataisos priklausomumas nuo Mėnulio fazių ir niveliacijos linijos azimuto bei pataisos kitimo greitis. Taikant potvynio potencialo išraišką, gautos patikslintos išmatuoto aukščių skirtumo vertinimo formulės.

Reikšminiai žodžiai: potvynio pataisa, dangaus kūnų poveikis, precizinė niveliacija, potvynio potencialas.

1. Įvadas

Nūdienos geodezinis aukščių pagrindas (Augath *et al.* 2000; Ihde *et al.* 2006; Mäkinen *et al.* 2006; Krikštaponis *et al.* 2007) užtikrina patikimą tikslų bendros sistemos normalinių aukščių nustatymą klasikinėmis bei kosminės geodezijos priemonėmis. Tai svarbu ne tik sprendžiant praktinius geodezijos, kartografijos, navigacijos bei kitus uždavinius, bet ir mokslines geodezijos, geofizikos, geodinamikos ar kitas problemas (Torge 1989; Burša, Kostelecky 1999; Mathews *et al.* 1997; Zakarevičius *et al.* 2008), todėl aktualūs yra moksliniai tyrimai, siejami su aukščio pagrindo tobulinimu. Apdorojant precizinės niveliacijos duomenis, įvertinamas ir aukščių skirtumas dėl dangaus kūnų sukeliama ekvipotencialinio paviršiaus posvyrio. Aukščių skirtumo pokytis dėl Žemės potvynių priklauso nuo niveliuojamos linijos padėties Žemės paviršiuje, jos ilgio, metų laiko bei Mėnulio ir Saulės zenitinio nuotolio matavimų metu. Pataisa jau taikyta 1949 m. atliekant niveliaciją Danijoje (Jensen 1949). Didėjant matavimų tikslumui, reikia tiksliau įvertinti ir dangaus kūnų poveikį. Tam būtina išsamiau įvertinti taikomus algoritmus. Dažnai pataisa buvo skaičiuojama darant prielaidą, kad niveliacija vyksta pastoviu greičiu ir vienodu azimutu tarp niveliacijos punktų (Jensen 1949; Heikkinen 1978; Kukkamaki 1980; Agnew 2007). Realiai šios prielaidos, turint mintyje ir azimutą, ir niveliacijos greitį, gali nepasitvirtinti, todėl svarbu įvertinti azimuto pokyčio įtaką bei pataisos kitimo greitį. Toks šio straipsnio tikslas. Atlikta potvynio pataisos kitimo greičio bei azimuto kitimo įtakos

analizė. Parengtos rekomendacijos siekiant tiksliau įvertinti potvynio pataisą.

2. Dangaus kūnų poveikio vertinimas

Gravitacijos laukas bet kuriame Žemės paviršiaus taške yra nepastovus. Šių pokyčių priežastys įvairios. Didžiausi periodiniai sunkio pakitimai atsiranda dėl artimesnių Žemei dangaus kūnų – Mėnulio ir Saulės poveikio. Keičiantis gravitacijos laukui keičiasi vertikalės kryptis. Į šiuos pakitimus reikia atsižvelgti atliekant precizinius geodezinius matavimus.

Dangaus kūno poveikis sunkio laukui aprašomas potvynio potencialu. Potvynių lemiamas potencialas absoliučiai nesideformuojančios Žemės gali būti išreikštas sferinių funkcijų eilute (Petroškevičius, Popovas 2008):

$$V_T = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n P_n(\cos z), \quad (1)$$

čia G – gravitacijos konstanta; m – dangaus kūno, laikomo materialiuoju tašku, masė; r – geocentrisis atstumas iki dangaus kūno; R – Žemės paviršiaus taško geocentrisis atstumas; z – dangaus kūno geocentrisis zenitinis nuotolis; $P_n(\cos z)$ – Ležandro daugianariai:

$$P_2(\cos z) = \frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2},$$

$$P_3(\cos z) = \frac{5}{2} \cos^3 z - \frac{3}{2} \cos z,$$

$$P_4(\cos z) = \frac{35}{8}\cos^4 z - \frac{30}{8}\cos^2 z + \frac{3}{8}. \quad (2)$$

Apisiribojant pirmaisiais trimis potencialo nariais galima rašyti

$$\begin{aligned} V_T &= \frac{GmR^2}{r^3} \left(\frac{3}{2}\cos^2 z - \frac{1}{2} \right) + \\ &\frac{GmR^3}{r^4} \left(\frac{5}{2}\cos^3 z - \frac{3}{2}\cos z \right) + \\ &\frac{GmR^4}{r^5} \left(\frac{35}{8}\cos^4 z - \frac{30}{8}\cos^2 z + \frac{3}{8} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Įvertinant dangaus kūnų poveikį patvirtintos šios parametru, apibūdinančių dangaus kūnus ir jų judėjimą, reikšmės: selenocentrinės gravitacijos konstantos – 4902,799 km³s⁻², heliocentrinės gravitacijos konstantos – 132 712 440 018 km³s⁻²; mažiausiojo ir didžiausiojo geocentrinio atstumo iki Mėnulio – 356 400 km ir 406 700 km bei iki Saulės – 147 098 074 km ir 152 097 701 km. Taikyti GRS 80 elipsoido ir normaliojo sunkio lauko parametrai (Moritz 1984).

Potvynio potencialo išvestinė horizonto kryptimi lygi potvynio jėgos projekcijai į astronominio horizonto plokštumą. Ji išreiškia sunkio krypties pokytį. Vertikalės nuokrypis v' nustatomas pagal formulę

$$v' = -\frac{\partial V_T}{gR\partial z}. \quad (4)$$

Remdamiesi potvynio potencialo išraiška (3) galime rašyti:

$$\begin{aligned} v' &= \frac{3}{2} \frac{GmR}{gr^3} \sin 2z + \frac{3GmR^2}{2gr^4} (4 - 5\sin^2 z) \sin z + \\ &\frac{5GmR^3}{4gr^5} (4 - 7\sin^2 z) \sin 2z. \end{aligned} \quad (5)$$

Keičiantis vertikalės krypties keičiasi Žemės paviršiaus taškų aukščių skirtumas, nustatomas atliekant geometrinį niveliavimą. Aukščių skirtumo pataisa $\delta h'$ gali būti randama pagal formulę:

$$\delta h' = v'd \cos(A - a), \quad (6)$$

čia d atstumas tarp taškų; A – vertikalės nuokrypio azimutas; a – niveliacijos linijos azimutas.

Realios Žemės potencialo papildomi pokyčiai atsiranda dėl potvynių lemiamos Žemės deformacijos ir jos paviršiaus poslinkio geocentrinio spindulio kryptimi. Šie pakitimai išreiškiami Lové skaičiais (Varga 1989), todėl aukščių skirtumo pokytis realios (besideformuojančios) Žemės gali būti nustatytas pagal formules:

$$\delta h = \sum_{n=2}^{\infty} \gamma_n \delta h'_n, \quad \gamma_n = 1 + k_n - h_n, \quad (7)$$

čia k_n ir h_n – Lové skaičiai, priklausantys nuo Žemės tamprumo.

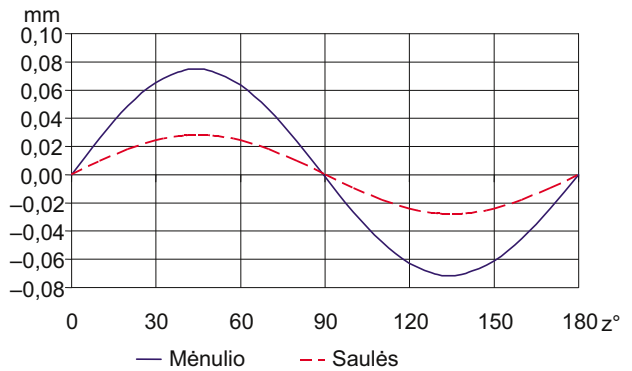
Taikydami (5–7) formules gauname pataisos dėl potvynių lemiamo aukščių skirtumo pokyčio skaičiavimo formulę:

$$\begin{aligned} \delta h &= \gamma_2 \frac{3}{2} \frac{GmR}{gr^3} d \sin 2z \cos(A - a) + \\ &\gamma_3 \frac{3Gm_1 R^2}{2gr^4} d (4 - 5\sin^2 z) \sin z \cos(A - a) + \\ &\gamma_4 \frac{5GmR^3}{4gr^5} d (4 - 7\sin^2 z) \sin 2z \cos(A - a). \end{aligned} \quad (8)$$

Pagal pateiktus algoritmus įvertinsime Mėnulio ir Saulės lemiamą aukščių skirtumo pokytį. Naudojamos šios Lové skaičių reikšmės (Varga 1989):

$$\begin{aligned} h_2 &= 0,6053, \quad h_3 = 0,2890, \quad h_4 = 0,1758, \quad k_2 = 0,2993, \\ k_3 &= 0,0925, \quad k_4 = 0,0417. \end{aligned}$$

Aukščių skirtumo pataisa dėl dangaus kūnų poveikio pagal zenitinį atstumą parodyta 1 paveiksle:



1 pav. Aukščių skirtumo pataisa

Fig. 1. Height difference correction

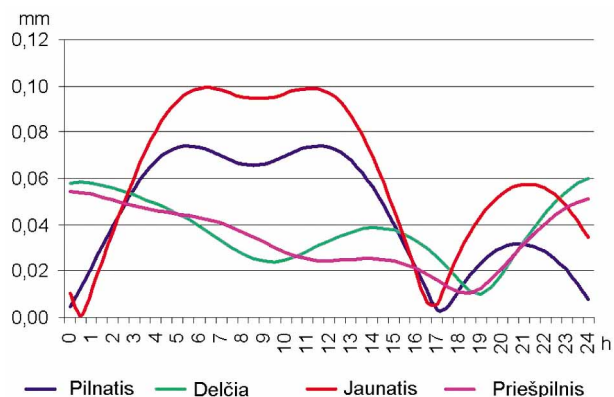
Atlikti tyrimai rodo, kad aukščių skirtumas kinta nuo 0,073 mm iki -0,073 mm dėl Mėnulio ir nuo 0,028 mm iki -0,028 mm dėl Saulės poveikio, kai atstumas tarp punktų 1000 m. Formulės (8) antrasis narys, kai $n = 3$, gali keisti aukščių skirtumą nuo 0,0021 mm iki -0,015 mm, vertinant Mėnulio poveikį. Dėl Saulės poveikio šis narys keičia aukščių skirtumą tik iki 4×10^{-5} mm. Trečiojo nario įtaka nežymi ir dėl Mėnulio poveikio tesiekia 0,0001 mm, todėl atliekant precizinį niveliavimą pakanka imti (8) formulės du narius vertinant Mėnulio poveikį bei vieną narį vertinant Saulės poveikį. Tada pataisa, įvertinanti Mėnulio ir Saulės poveikį, skaičiuojama pagal formulę

$$\delta h_{MS} = \delta h_M + \delta h_S, \quad (9)$$

čia δh_M – pataisa dėl Mėnulio poveikio; δh_S – pataisa dėl Saulės poveikio.

3. Potvynio pataisos priklausomybės nuo Mėnulio fazės analizė

Atlikdami pataisos dėl dangaus kūnų poveikio tyrimą išanalizavome priklausomybę nuo Mėnulio fazių. Iš (6) formulės matyti, kad didžiausia paklaida gaunama, kai vertikalės nuokrypio azimutas sutampa su niveliacijos linijos azimutu. Tariant, kad linijos atstumas 1000 m, ir vertikalės nuokrypio bei linijos azimutai sutampa, apskaičiuotos didžiausios paklaidos vidutinėje Lietuvos platumoje. 2 paveiksle parodytas potvynio pataisos kitimas per parą esant skirtingoms Mėnulio fazėms.

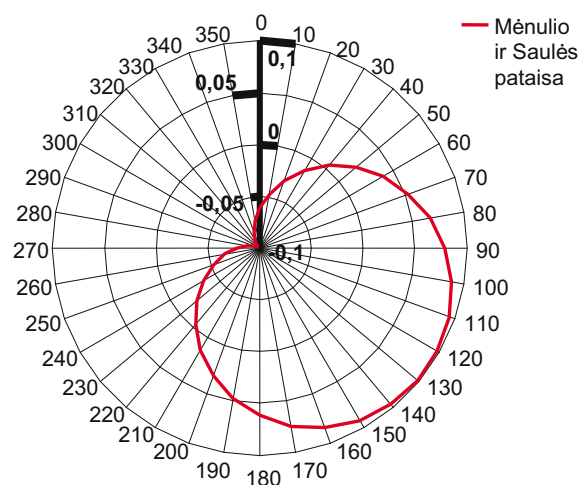


2 pav. Pataisos kitimo priklausomumas nuo Mėnulio fazės
Fig. 2. Cange of lunisolar correction at different Moon phases

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad didžiausia pataisa esti jaunatis bei pilnatis meto, t. y. sizigijų meto, o delčios ir priešpilnio – aukščių skirtumo pokytis sumažėja, nes dangaus kūnų poveikis priešingų krypčių. Pataisa vienam kilometrui gali kisti nuo 0,006 mm iki 0,102 mm esant jaunačiai, nuo 0,003 mm iki 0,074 mm – pilnačiai bei nuo 0,011 mm iki 0,061 mm esant delčiai ir nuo 0,012 mm iki 0,054 mm – priešpilniui.

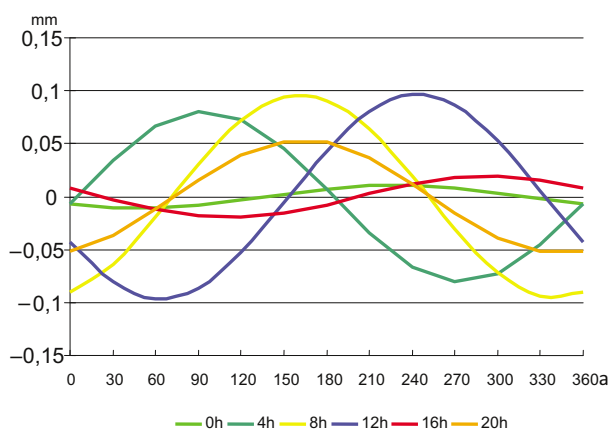
4. Niveliacijos linijos azimuto pasikeitimų įtaka

Pataisos dydžiui turi įtakos niveliacijos linijos, kurios pataisa skaičiuojama, azimutas. Pataisos kitimas pagal niveliacijos linijos azimutą didžiausiojo dangaus kūnų poveikio metu parodytas 3 paveiksle:



3 pav. Pataisos kitimas keičiantis azimutui
Fig. 3. Correction dependency on azimuth change

Skaičiavimai atlikti jaunaties meto, kai dangaus kūnų poveikis didžiausias. Gauti rezultatai rodo, kad 1000 m niveliacijos linijos posūkis 10° kampu gali pakeisti pataisos dydį iki 0,017 mm; posūkis 20° kampu – iki 0,034 mm, 45° kampu – iki 0,084 mm, o posūkis 90° kampu – iki 0,141 mm. Palyginimui 4 paveiksle pateiktas jaunaties meto pataisos kitimas keičiantis niveliavimo linijos azimutui, tačiau skirtingu paros metu.



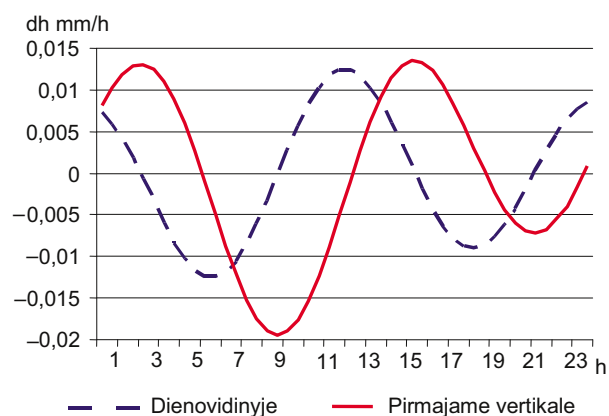
4 pav. Pataisos kitimas keičiantis azimutui skirtingais laiko momentais

Fig. 4. Correction dependency on azimuth change at different time moments

Rezultatai rodo, kad didžiausios yra vidurdienio pataisos, mažiausios – ryto ir vakaro. Taip pat akivaizdus netolygus pataisos kitimas per parą.

5. Potvynio pataisos kitimo greitis

Atlikti ir pataisos kitimo greičio per parą tyrimai. Pataisos pirmajame vertikale bei dienovidinyje kitimo greitis parodytas 5 paveiksle. Šie skaičiavimai taip pat atlikti jaunaties meto 1000 m ilgio linijos.



5 pav. Pataisos pirmajame vertikale bei dienovidinyje kitimo greitis

Fig. 5. Rate of change of lunisolar correction in prime vertical and meridian

Galima daryti išvadą, kad, neatsižvelgiant į niveliacijos kryptį, pataisos pokytis netolygus bei sparčiai kinta. Didžiausias pataisos pirmajame vertikale kitimo greitis –0,019 mm/h, o dienovidinyje – 0,013 mm/h.

Tyrimų rezultatai rodo, kad aukščių skirtumo pataisos atliekant precizinę niveliaciją gali būti įvertintos tiksliau, atsižvelgiant į azimuto pokyčius ir nivelavimo greičio netolygumą. Norint tiksliau įvertinti dangaus kūnų įtaką geometrinio nivelavimo būdu nustatomam aukščių skirtumui, reikėtų fiksuoti matavimų kiekvienoje stotyje laiką ir koordinuoti kiekvieną nivelavimo stotį bei matuoklių padėtis ir skaičiuoti kiekvienos nivelavimo stoties pataisą.

6. Išvados

1. Įvertintas potvynio potencialo pirmųjų trijų narių poveikis aukščių skirtumui, taikant P. Varga Žemės tamprumo modelį. Aukščių skirtumo pataisos kitimo diapazonas 0,146 mm dėl Mėnulio ir 0,056 mm dėl Saulės poveikio, kai atstumas tarp punktų 1000 metrų. Nustatyta, kad potvynio potencialo antrasis narys ($n = 3$) gali keisti aukščių skirtumą iki 0,004 mm, vertinant Mėnulio poveikį, ir 4×10^{-5} mm – Saulės poveikį. Trečiojo nario įtaka nežymi ir tesiekia 0,0001 mm dėl Mėnulio poveikio.
2. Įvertintas potvynio pataisos dėl Mėnulio ir Saulės poveikio priklausomumas nuo Mėnulio fazės. Nustatyta, kad didžiausios pataisos sizigijų metu. Jaunaties – vieno kilometro pataisa gali kisti nuo 0,006 mm iki 0,102 milimetrų.
3. Iširta matavimų linijos azimuto pokyčių įtaka potvynio pataisai. Rezultatai rodo, kad 1000 m niveliacijos linijos azimuto pokytis 10° kampu gali pakeisti pataisos dydį iki 0,017 mm; posūkis 20° kampu – iki 0,034 mm, 45° kampu – iki 0,084 mm, o posūkis 90° kampu – iki 0,141 mm.
4. Įvertintas potvynio pataisos kitimo greitis. Pirmajame vertikale jis gali siekti iki 0,019 mm/h, o dienovidinio – iki 0,013 mm/h. Pataisos kitimo greičio per parą yra du maksimumai ir du minimumai.
5. Atliktų tyrimų rezultatai gali būti panaudoti sudarant optimalią dangaus kūnų poveikio vertinimo niveliacijoje metodiką. Atliekant precizinę niveliaciją tikslinga koordinuoti nivelyro ir matuoklių padėtis, fiksuoti laiką kiekvienoje matavimų stotyje ir skaičiuoti kiekvienos nivelavimo stoties potvynio pataisas.

Literatūra

- Agnew, D. C. 2007. Earth tides, *Treatise on Geophysics* 3(06): 163–195.
- Augath, W.; Adam, J.; Boucher, C.; Ihde, J.; Niemeier, W.; Marti, U.; van Mierlo, J.; Mo-lendijk, R.; Schmidt, K.; Winter, R. 2000. *EVS 2000 – Status and requirements*. Veröffentlichung der Bayerischen Kommission für die internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Heft Nr. 61. München, 96–98.
- Burša, M.; Kostelecky, J. 1999. *Space Geodesy and Space Geodynamics*. Prague. 459 p.
- Heikkinen, M. 1978. On the tide-generating forces. *Publications of the Finnish geodetic institute*. N 85, Helsinki. 150 p.
- Ihde, J.; Baker, T. F.; Bruyninx, C., et al. 2006. Status of the European Combined Geodetic Network (ECGN), *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie. Band 38, EUREF publication* 15: 198–204. ISSN-1436-3445.
- Jensen, H. 1949. Formulas for the astronomical correction to the precise leveling, *Danish Geodetic Institute, Publication* 23: 22–27.
- Krikštaponis, B.; Paršeliūnas, E.; Petroškevičius, P.; Putrimas, R.; Zakarevičius, A. 2007. Realization of Vertical Datum and height system of Lithuania, in *Proceedings of the 1st. International Symposium of the International Gravity Field Service*. Turkey, 142–147. ISSN 1300-5790.
- Kukkamaki, T. J. 1980. Errors affecting leveling, in *Proceedings of NAD symposium*. Ottawa, 1–10.
- Mäkinen, J.; Lilje, M.; Agren, J., et al. 2006. Regional Adjustment of Precise Levellings around the Baltic, *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie. Band 38, EUREF publication* 15: 171–183. ISSN-1436-3445.
- Mathews, P. M.; Dehant, V.; Gipson, J. M. 1997. Tidal station displacements, *Journal of Geophysical Research* 102(20): 469–477.
- Moritz, H. 1984. Geodetic Reference System 1980, *Bull. Géod.* 58(3): 388–398.
- Petroškevičius, P.; Popovas, D. 2008. Dangaus kūnų poveikio sunkio laukui įvertinimas, *Geodezija ir kartografija [Geodesy and Cartography]* 34(1): 19–22. doi:10.3846/1392-1541.2008.34.19-22
- Torge, W. 1989. *Gravimetry*. Berlin, New York: de Gruyter. 465 p.
- Varga, P. 1989. Love numbers and the inner structure of the Earth, in *6th Inter Symposium Geodesy and Physics of the Earth, Proc Part 1. Veröff ZIPE* 102: 376–396.
- Zakarevičius, A.; Paršeliūnas, E.; Šliaupa, S.; Stanionis, A.; Stephenson, R. 2008. Horizontal deformations of the Earth's crust in the Baltic region from GPS data, in *The 7th International Conference "Environmental Engineering"*: selected papers 3: 1503–1507. Ed. by Čygas, D.; Froehner, K. D. May 22–23, 2008, Vilnius, Lithuania. Vilnius: Technika.

Darius POPOVAS. PhD student at the Department of Geodesy and Cadastre. Vilnius Gediminas Technical University. Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Ph+370 5 274 4703, Fax +370 5 274 4705, e-mail: gkk@vgtu.lt

A graduate from Aalborg University (Master of Science, 2001).

Research interests: GNSS; Earth gravity field.